

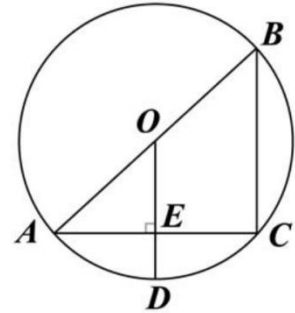
國立臺中教育大學 107 學年度教師專業碩士學位學程招生考試

數學試題

※請於答案卷上作答區中作答，否則不予計分；本次考試得用鉛筆、藍色或黑色原子筆作答。

一、填充題（每題 4%，共 80%）

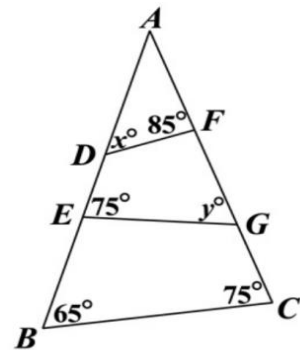
1. 如右圖， $\overline{AB}$  為圓  $O$  的直徑， $C、D$  為圓上二點，已知  $\overline{OD} \perp \overline{AC}$ ，且  $\overline{OD}$  與  $\overline{AC}$  交於  $E$  點，若  $\overline{OE} = 8$ 、 $\overline{DE} = 4$ ，則  $\overline{BC}$  的長度為\_\_\_\_\_。



2. 函數  $y = 16x^2 - 96x + 149$  圖形的頂點坐標為\_\_\_\_\_。

3. 若  $a$  為方程式  $(x - \sqrt{19})^2 = 100$  的正根， $b$  為方程式  $(y - 4)^2 = 19$  的負根，則  $a + b =$ \_\_\_\_\_。

4. 如右圖， $D、E$  在  $\overline{AB}$  上， $G、F$  在  $\overline{AC}$  上。根據圖上的資訊，則  $x + y =$ \_\_\_\_\_。



5.  $\triangle ABC$  中，若  $\cos B = \frac{3}{5}$ 、 $\cos C = \frac{5}{13}$  且  $\overline{BC} = 14$ ，則  $\triangle ABC$  的面積為\_\_\_\_\_。

6.  $(312598)^{10}$  的末兩位數字為\_\_\_\_\_。

(背面尚有試題)

7. 已知  $\begin{vmatrix} 3a & 3b \\ 2c & 2d \end{vmatrix} = 30$ 、 $\begin{vmatrix} a+2e & 2b \\ c+2f & 2d \end{vmatrix} = 22$ ，則  $\begin{vmatrix} e & b \\ f & d \end{vmatrix} =$ \_\_\_\_\_。
8. 在  $(2x^2 - \frac{1}{x})^8$  的展開式中， $x^7$  的係數為\_\_\_\_\_。
9. 自 1 到 2000 的自然數中，不為 2、3 或 5 任一數之倍數者有\_\_\_\_\_個。
10. 若  $x$ 、 $y$  除以 9 的餘數分別為 2 和 7，則  $x^4y^2$  除以 9 的餘數為\_\_\_\_\_。
11. 有一個正方形的靶，邊長為 8 公分，中心點設為  $A$ ，若小亮每次射飛鏢都射在靶上，則他射中距離  $A$  點 2 公分以內的機率為\_\_\_\_\_。
12. 若  $a$ 、 $b$  為自然數，兩數相差 219，且最小公倍數為 6424，則兩數之和為\_\_\_\_\_。
13. 若  $x$  為正整數，且  $\frac{1001}{x}$  亦為正整數，則  $x$  可能的值有\_\_\_\_\_個。
14. 有一個三角形的邊長分別為 12、16、20，此三角形的外接圓半徑與內切圓半徑的比值為\_\_\_\_\_。
15. 由 success 的 7 個字母中，任取 4 個字母，其組合數為\_\_\_\_\_。
16. 若  $a$  為自然數，且  $\sqrt{3}$  介於  $\frac{a+5}{a}$  與  $\frac{a+6}{a+1}$  之間，則  $a =$ \_\_\_\_\_。

17. 設三角形 $\triangle ABC$ 的三內角 $\angle A = \alpha^\circ$ 、 $\angle B = \beta^\circ$ 、 $\angle C = \gamma^\circ$ ，且 $3\alpha : 4\beta = 1 : 2$ 、 $5\beta : 6\gamma = 1 : 2$ ，則 $\alpha =$ \_\_\_\_\_。

18.  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 為直角坐標平面上的三個點，其中 $A(2,3)$ 、 $B(4,5)$ ， $C$ 點在直線 $2x + y = 2$ 上，且 $\overline{AC} = \overline{BC}$ ，則 $C$ 點的坐標為\_\_\_\_\_。

19. 在一不透明的箱子中有 8 顆白球、 $x$ 顆黑球，每顆球被抽到的機率均相同。今每次任取一球，且取後不放回，若連續取球兩次，此兩球皆為白球的機率為 $\frac{14}{33}$ ，則 $x =$ \_\_\_\_\_。

20. 設 $x$ 為實數，且滿足方程式 $|x + 3| + |x - 9| = 16$ ，則 $x =$ \_\_\_\_\_。

## 二、應用題（每題 10%，共 20%）

1. 有甲、乙兩個大小不同的水桶，其容量分別為 $x$ 、 $y$ 公升。現在將一些水平分裝入二個水桶中，若將甲桶中的水全部倒入乙桶後，乙桶還可以再裝 20 公升的水；若將乙桶中的水倒入甲桶，裝滿甲桶後乙桶還剩下 10 公升的水。試列出 $x$ 、 $y$ 的關係式。

2. 若 $a_1, a_2, \dots, a_{100} \in \{-1, 0, 1\}$ ， $a_1 + a_2 + \dots + a_{100} = 35$ ，且 $(a_1 + 1)^2 + (a_2 + 1)^2 + \dots + (a_{100} + 1)^2 = 227$ ，請問 $a_1, a_2, \dots, a_{100}$ 中有幾項是 0？